

PROBLEMATARIO 1er. Departamental

Fecha de entrega límite: Día de exámen

Problema 1. Expresar las señales e^{-t} , t^2 y $2t$ como serie trigonométrica de Fourier en el intervalo $(0,1)$.

Problema 2. Encontrar la serie trigonométrica de Fourier de cada una de las señales de la figura 1, en el intervalo de $-\pi$ a π .

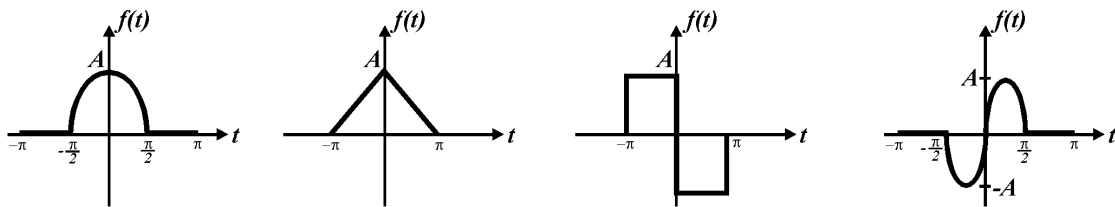


Figura 1. Gráficas para el problema 2.

Problema 3. Determinar la serie trigonométrica de Fourier de cada una de las señales periódicas de la figura 2.

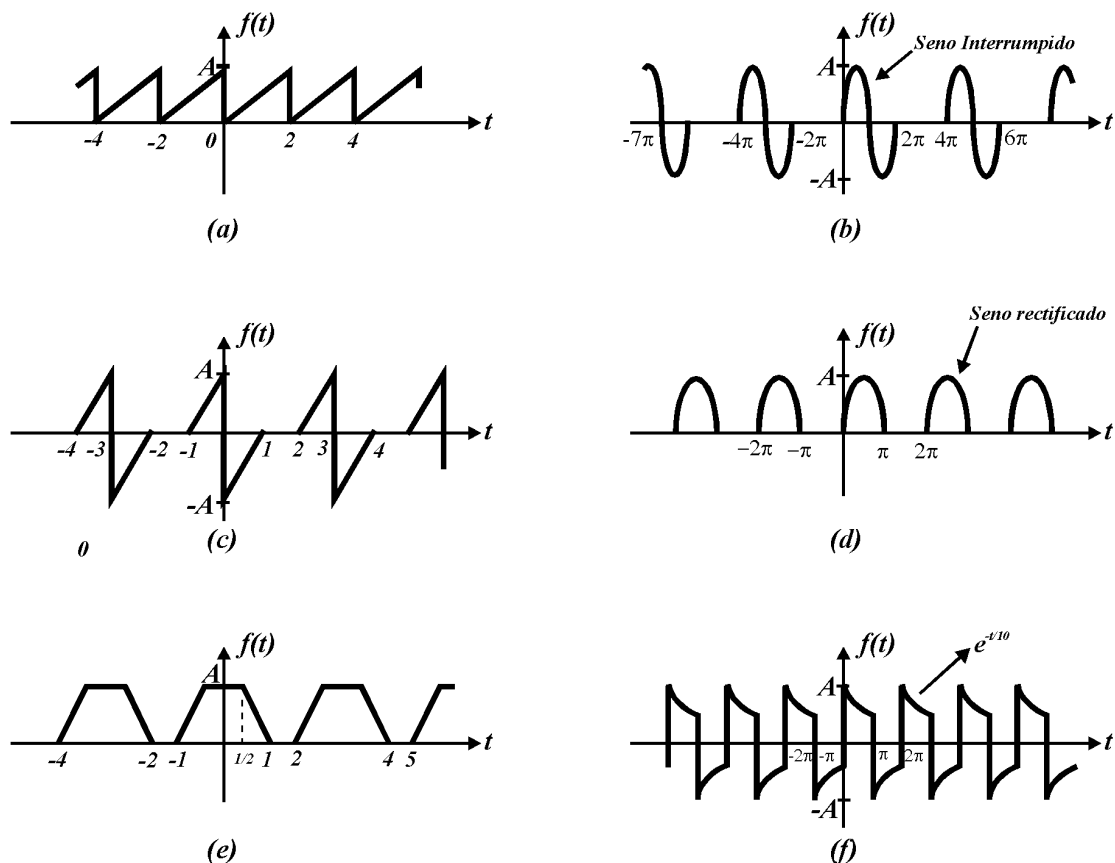


Figura 2. Gráficas para el problema 3.

Problema 4. Calcular la serie exponencial de Fourier de cada una de las señales periódicas que se ilustran en la figura 3 y graficar los espectros de magnitud y fase.

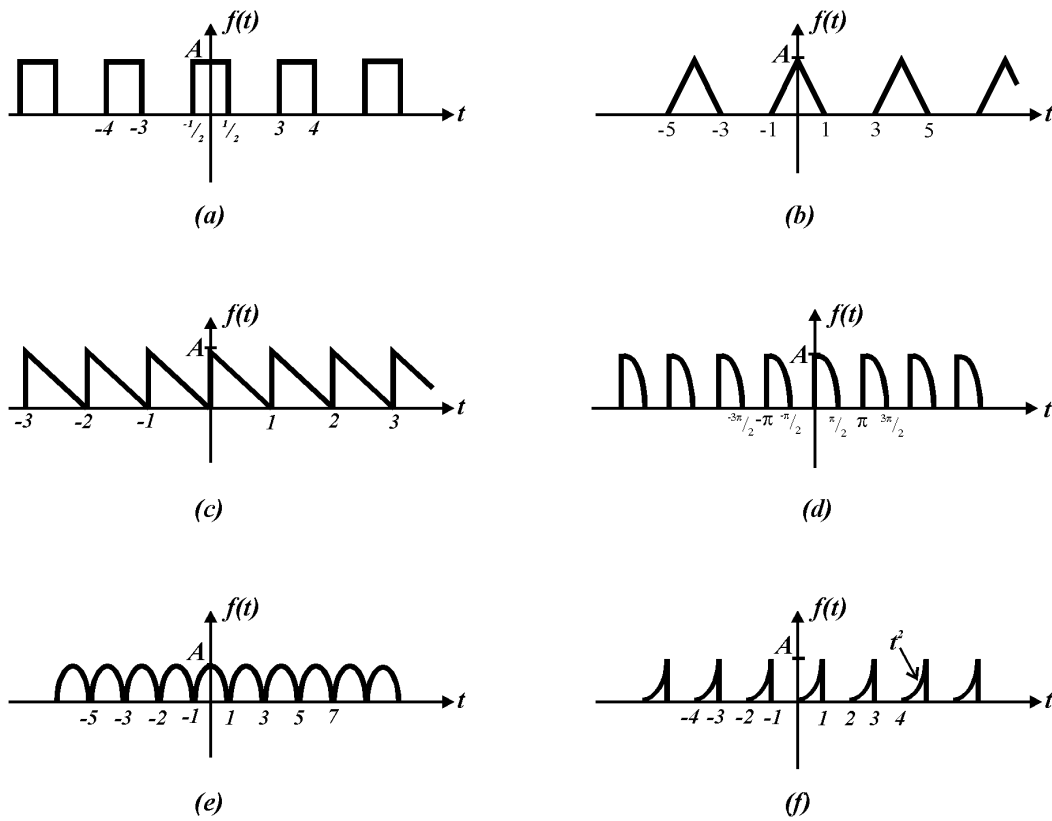


Figura 3. Gráficas para el problema 4.

Problema 5. Obtener la transformada de Fourier de cada una de las señales de la figura 4

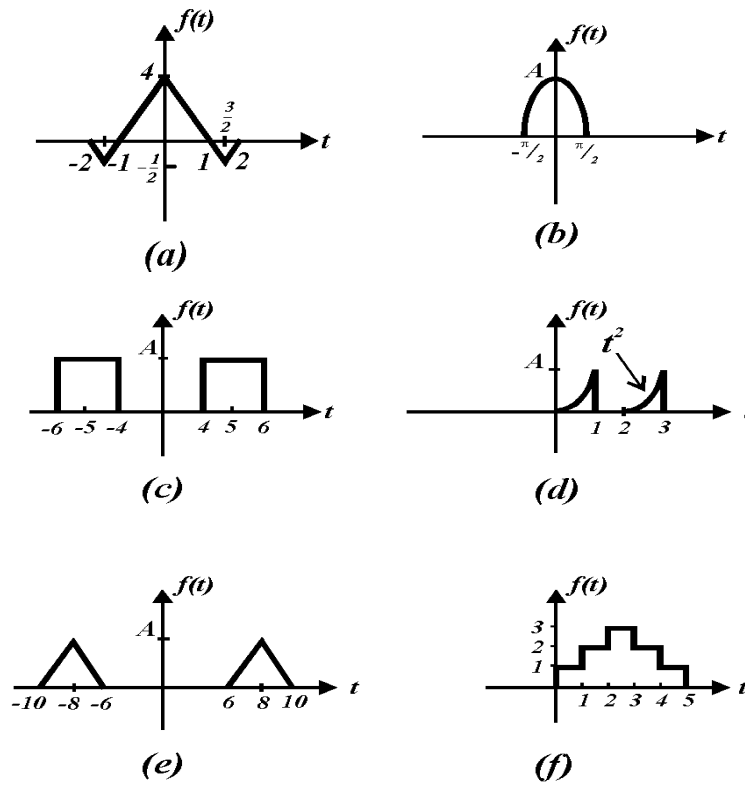


Figura 4. Gráficas del problema 5.

Problema 6. Determinar cada una de las señales $f(t)$ cuya transformada de Fourier se ilustra en la figura 5.

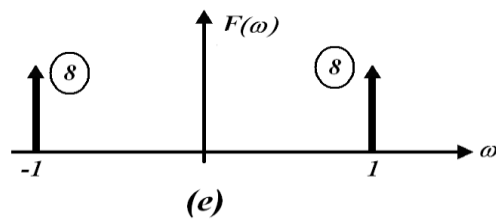
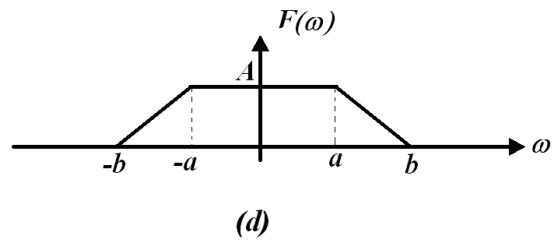
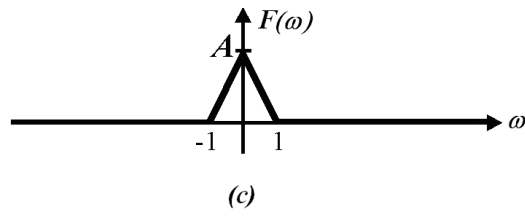
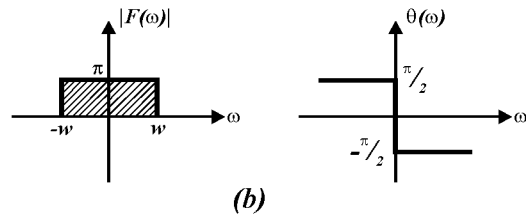
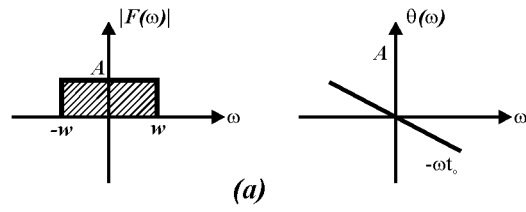


Figura 5. Gráficas del problema 6.

Problema 7. Por medio de la propiedad de muestreo de la función impulso, calcular las siguientes integrales.

$$a). \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-5) \sin 2t \, dt$$

$$e). \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t+2) e^{-2t} \, dt$$

$$b). \int_{-\infty}^{\infty} \delta(2-t) (t^5 - 3) \, dt$$

$$f). \int_{-\infty}^{\infty} e^{\cos t} \delta(t - \pi) \, dt$$

$$c). \int_1^x e^{-x^2} \delta(x) \, dx$$

$$g). \int_1^{100} \log_{10}(t) \delta(t-10) \, dt$$

$$d). \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-2) \cos[\pi(t-3)] \, dt$$

Problema 8. Considerando que $f(t)$ y $F(\omega)$ forman un par de transformadas, USANDO LAS PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA, encontrar la transformada de Fourier de las siguientes expresiones.

$$a). f(2-t)$$

$$f). (t-5)f(t)$$

$$b). f[(t-3)-3]$$

$$g). (t-3)f(-3t)$$

$$c). \left(\frac{df(t)}{dt} \right) (\sin t)$$

$$h). t \frac{df(t)}{dt}$$

$$d). \frac{d}{dt} [f(-2t)]$$

$$i). f(6-t)$$

$$e). t f(3t)$$

$$j). (2-t)f(8-t)$$

Problema 9. Completa en tiempo o frecuencia el par de transformada solicitado, usando las propiedades de la transformada de Fourier.

$$a) 5\delta(t-1) \leftrightarrow ?$$

$$b) ? \leftrightarrow 8\delta(\omega+1) + 8\delta(\omega-1)$$

$$c) t \leftrightarrow ?$$

$$d) t^2 \leftrightarrow ?$$

$$e) 2C_2(t) \cos 1000t \leftrightarrow ?$$

$$f) ? \leftrightarrow \cos 1000\omega$$

$$g) ? \leftrightarrow 5\omega$$

$$h) ? \leftrightarrow \delta(\omega) e^{-j5\omega}$$

Problema 10. A partir de los siguientes pares de transformadas

$$\delta(t) \leftrightarrow 1 \quad ACd(t) \leftrightarrow AdSa\left(\frac{\omega d}{2}\right) \quad u(t) \leftrightarrow \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \quad \text{sgn}(t) \leftrightarrow \frac{2}{j\omega}$$

Encuentre:

a) $? \leftrightarrow 3\text{sgn}(4\omega - 2)$

b) $C_2\left(\frac{2}{3}t\right) \leftrightarrow ?$

c) $2C_2(t)\cos 250t \leftrightarrow ?$

d) $u(10t-1)t \leftrightarrow ?$

e) $e^{j7t}\delta(6t-1)t^3e^{j5t} \leftrightarrow ?$

f) $? \leftrightarrow \frac{4}{\pi}Sa(4\omega - 2)$

g) $? \leftrightarrow \left(\pi\delta\left(\omega + \frac{3}{4}\right) + \frac{1}{j\left(\omega + \frac{3}{4}\right)} \right) (-\omega)e^{j1000\omega}$

h) $C_{\frac{4}{3}}(t+6) \leftrightarrow ?$

i) $(3\delta(t-1) - 3\delta(t+1)) \cdot \cos 18t \leftrightarrow ?$

j) $? \leftrightarrow 2\cos 500\omega$

k) $t + t^2 + 1 \leftrightarrow ?$

l) $j\frac{5}{t} \leftrightarrow ?$

m) $? \leftrightarrow \frac{1}{\omega}$

n) $? \leftrightarrow \frac{1}{\omega}e^{-j4\omega}$

ñ) $5e^{-j\frac{7}{8}(t-3)} \leftrightarrow ?$

Problema 11. Aplicando las propiedades de la transformada de Fourier, determinar $F(\omega)$ para cada una de las señales que se ilustran en la figura 6.

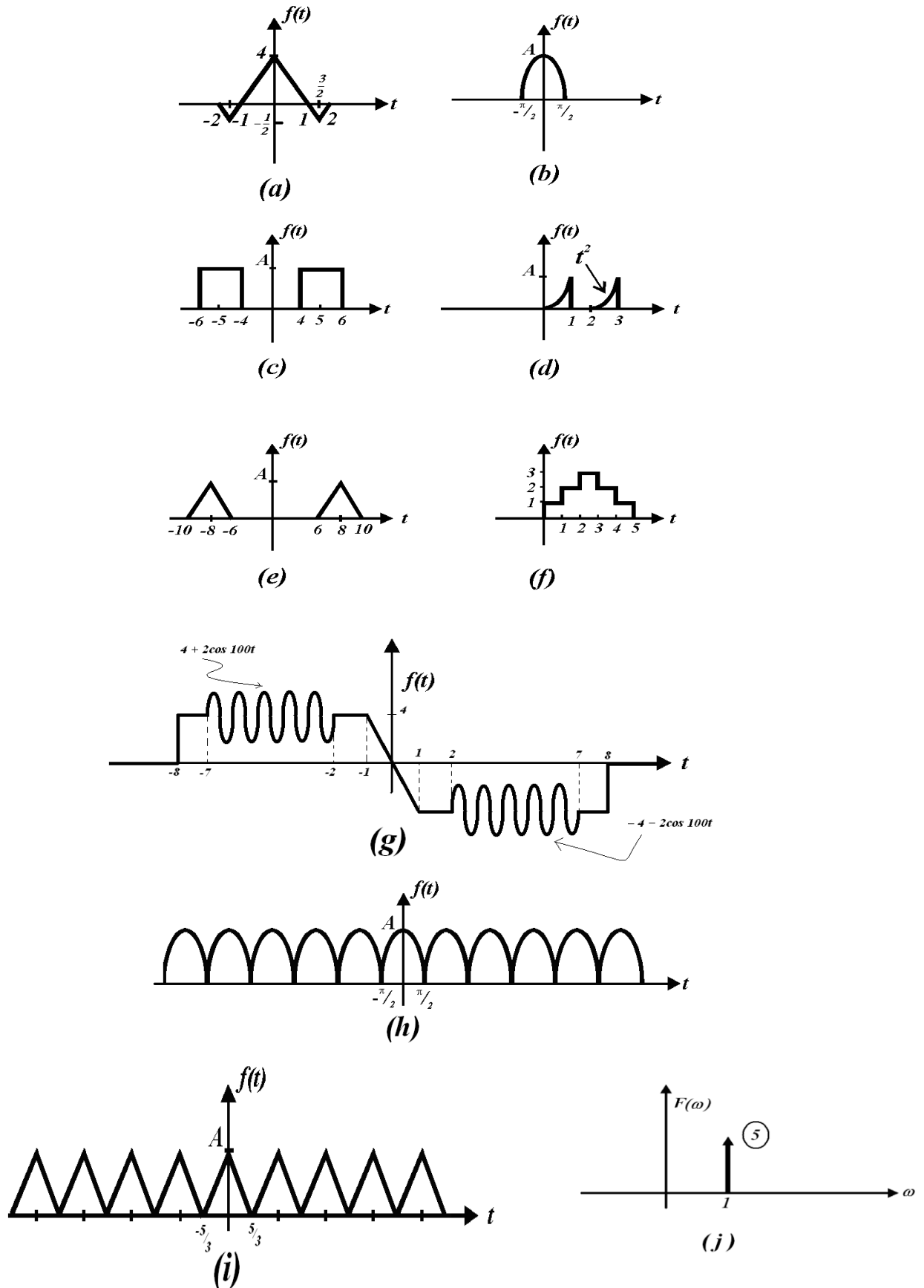


Figura 6. Gráficas para el problema 11

Problema 12. Aplicando el teorema de modulación encontrar la transformada de cada una de las señales moduladas que se muestran en la figura 7.

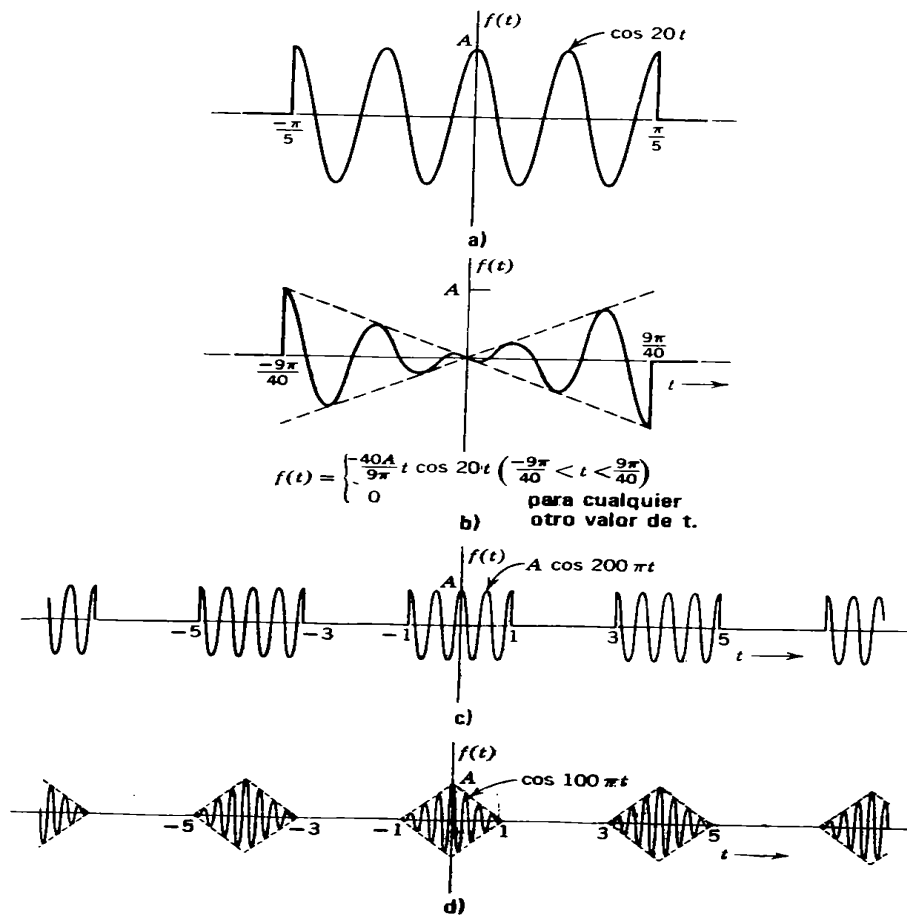


Figura 7. Gráficas para el problema 12.

Teoría de Comunicaciones y Señales Prof. Jacqueline Arzate Gordillo

2° PROBLEMARIO

Sección 1. Convolución Continua

Problema 1. Calcular las siguientes integrales de convolución.

- a). $u(t) * e^{-t} u(t)$
- b). $u(t) * u(t)$
- c). $e^{-t} u(t) * e^{-3t} u(t)$

Problema 2. Evalúe las funciones de convolución para las señales mostradas en la figura 2.

- a) $f_1(t) * f_2(t)$.
- b) $f_1(t) * f_3(t)$.
- c) $f_2(t) * f_3(t)$.

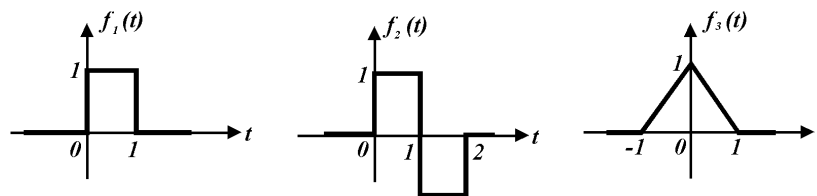


Figura 2. Gráficas para el problema 2.

Problema 3. Obtener y dibujar $f_1(t) * h(t)$, para las funciones mostradas en la figura 3.

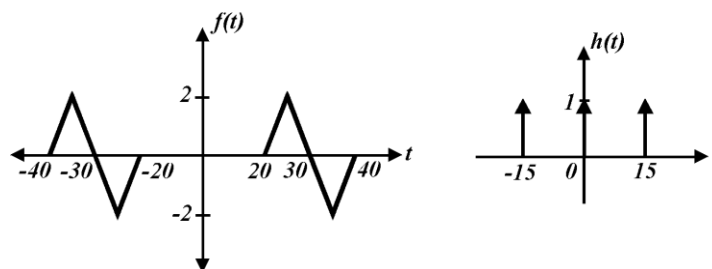
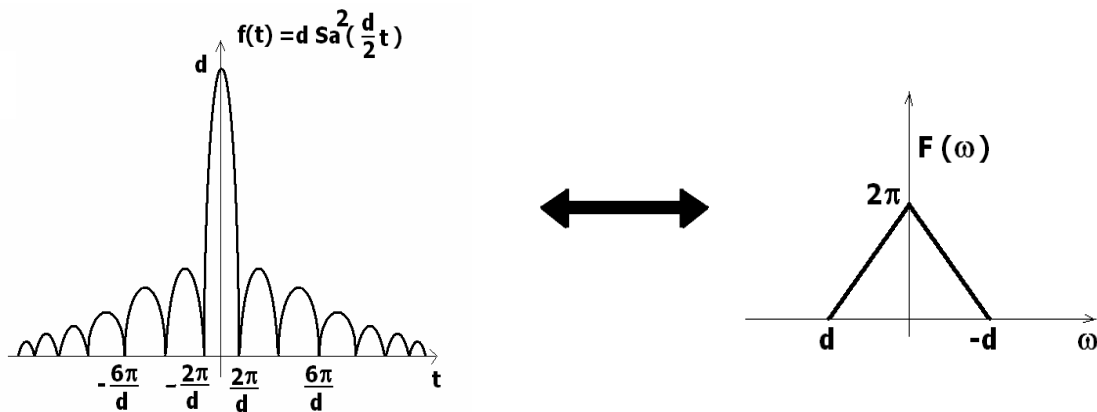


Figura 3. Gráficas para el problema 3.

Sección 2. Teorema de Muestreo y Tiempo Discreto

1. Defina Procesamiento Digital de señales, procesador digital de señales y dibuje el diagrama a bloques de un sistema de procesamiento digital de señales (adquisición de datos)
2. Enuncie el teorema de muestreo
3. ¿A qué se refiere el Efecto Alias?
4. Considere la siguiente función en el tiempo $f(t)$ y su transformada $F(\omega)$. Desarrolle gráfica y matemáticamente el muestreo ideal de $f(t)$.



5. Determinar la rapidez mínima de muestreo y el intervalo de Nyquist de las siguientes señales:
a) $\text{Sa}(100t)$
b) $\text{Sa}^2(100t)$
c) $\text{Sa}(100t) + \text{Sa}(50t)$
6. Se sabe que una señal de valor real $x(t)$ ha sido determinada sólo por sus muestras cuando la frecuencia de muestreo es $\omega_s = 10,000\pi t$. ¿Para qué valores de ω se garantiza que $F(\omega)$ sea cero.
7. Aquella frecuencia que de acuerdo con el teorema de muestreo, debe ser excedida por la frecuencia de muestreo se llama razón de Nyquist. Determine la razón de Nyquist correspondiente a cada una de las siguientes señales:
a) $x(t) = 10 \sin \omega t + 5 \sin 2\omega t$
b) $x(t) = 1 + \cos(2000\pi t) + \sin(4000\pi t)$
8. Dibuje la función de transferencia $H(\omega)$ de un filtro pasabajas con ganancia 5 y frecuencia de corte $f = 100$ Hz.
9. Dibuje la función característica $h(t)$ del filtro anterior.
10. Considere el sistema mostrado en la figura 4. La señal de entrada al sistema es:

$$x_a(t) = 3 \cos 100\pi t + 2 \sin 250\pi t.$$

Determine la versión discreta de $X_a(t)$. ¿Es posible recuperar la señal original a partir de $x(n)$ usando un filtro pasabajas adecuado?

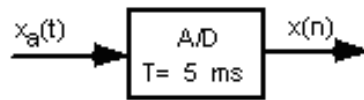


Figura 4. Diagrama para el problema 10

12. Analice las siguientes secuencias (esto es, su frecuencia digital), e indique si son o no periódicas. En caso de ser periódicas, halle su periodo.

a) $10 \sin\left(\frac{3}{2}\pi n\right)$

b) $5 \cos\left(\frac{4}{9}\pi n\right)$

c) $2 \cos\left(\frac{4}{9}n\right)$

d) $x[n] = \cos \frac{2\pi n}{3} + e^{jn}$

e) $y[n] = 2 + \operatorname{Re}\left\{e^{j\frac{\pi n}{3}}\right\} + \cos \frac{3\pi n}{2}$

13. Grafique la siguiente señal $y(n)$ que es una suma de sinusoides, indique su periodo. ¿Cuál es el periodo de la suma de dos sinusoides de periodo N_1 y N_2 ?

$$y(n) = 10 \sin\left(\frac{3}{2}\pi n\right) + 5 \cos\left(\frac{4}{9}\pi n\right)$$

Sección 3. Operaciones Básicas entre secuencias

PROBLEMA 1. Considere las secuencias siguientes y realice con ellas las operaciones indicadas.

Si:

$$x[n] = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$y[n] = \{2, 4, 8, 16, 32\}$$

$$z[n] = \sum_{k=-3}^3 \delta(n-k)$$

$$g[n] = \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{15}, \frac{1}{18}, \dots\right\}$$

$$k[n] = 2u(n-2)$$

Encuentre:

a) $g[-n]$

b) $z[n] + y[n]$

c) $3g[n] - 6z[n]$

d) $y[n-6]$

e) $\frac{1}{2}y[n+3]$

f) $x[n-2]$

g) $x[3n-3]$

h) $x[\frac{n}{2}+5]$

i) $y[\frac{n-3}{3}]$

j) $k[\frac{4n-3}{10}]$

k) $k[-\frac{n}{4}+10]$

l) $x[\frac{3n-3}{3}] - g[-\frac{8n-7}{3}]$

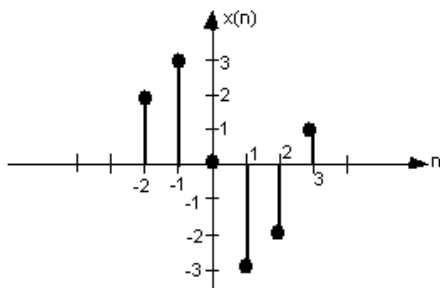
m) $u[n] \cdot g[n] + z[n]$

n) $x[\frac{n}{2}] * y[\frac{n}{3}]$

ñ) $g[\frac{3n-1}{2}] * y[\frac{2n}{2}+2]$

PROBLEMA 2. Encuentre la gráfica de la secuencia de convolución de dos secuencias definidas como: $x(n) = \{1, 2, 3, 4, 3, 2, 1\}$ y $y(n) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Use cualquier método.

PROBLEMA 3. A PARTIR DE LA SECUENCIA MOSTRADA EN LA FIGURA,



Encuentre: $x\left(\frac{3n+3}{-4}\right)$

NOTA: Use interpolación lineal.

PROBLEMA 4. Las extensiones periódicas de dos secuencias, $x_1(n)$ y $x_2(n)$, se definen como:

$$x_1(n) = \{1, 2, 0, -1, 1\} \text{ y } x_2(n) = \{1, 3, -1, -2\}. \text{ Halle la secuencia de convolución.}$$

Sección 4. Transformada de Fourier y Transformada Z

PROBLEMA 1. Halle la transformada de Fourier de:

$$y(n) = \left(\frac{1}{8}\right)^n u(n+2) + 2^n u(-n)$$

PROBLEMA 2. Halle la transformada de Fourier de:

$$y(n) = \begin{cases} a^n & n \geq 0 \\ a^{-n} & n < 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 3. Encuentre la transformada inversa de Fourier de $X(\Omega)$:

$$X(\Omega) = \begin{cases} 2i & 0 < \Omega < \pi \\ -2i & -\pi < \Omega < 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 4. Calcule la transformada discreta de Fourier (DFT) de $x(n)$

$$x(n) = [0, \frac{1}{2}, 1, 2, -3, -4]$$

PROBLEMA 5. Use la forma matricial de la DFT y calcule:

$$g[n] = [0.5, 0, 2, 5]$$

PROBLEMA 6. Grafique la señal en el tiempo cuya transformada discreta de Fourier es la mostrada:

$$G(k) = [18, 4 - 6i, 6, 4 + 6i]$$

PROBLEMA 7. Halle la FFT para la siguiente secuencia:

$$x[n] = [0.5, 1, 0, 12]$$

PROBLEMA 8. Encuentre la transformada Z y grafique la región de convergencia de $x(n)$

$$x(n) = \left(\frac{1}{4}\right)^n u(n) + 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n-1)$$

PROBLEMA 9. Encuentre la transformada Z y grafique la región de convergencia de $x(n)$

$$h(n) = \begin{cases} \left(\frac{1}{6}\right)^n & n \geq 0 \\ 0 & n \leq 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 10. Encuentre la transformada Z y grafique la región de convergencia de $x(n)$

$$h(n) = \begin{cases} (10)^n & n < 0 \\ \left(\frac{1}{10}\right)^n & n \text{ par} \\ \left(\frac{1}{5}\right)^n & n \text{ impar} \end{cases}$$

PROBLEMA 11. Encuentre la transformada Z inversa:

$$Y(z) = \frac{z}{2z^2 - 3z + 3} \quad |z| > \frac{3}{2}$$

PROBLEMA 12. Encuentre la transformada Z inversa:

$$X(z) = \frac{z(z+1)(z-5)}{z^3 - 5z^2 + 7z - 3} \quad |z| > \frac{1}{3}$$

Tabla 8.2. Pares de transformadas Z

$x(n)$ para $n \geq 0$	$X(z)$	Radio de convergencia $ z > R$
1. $\delta(n)$	1	0
2. $\delta(n - m)$	z^{-m}	0
3. $u(n)$	$\frac{z}{z - 1}$	1
4. n	$\frac{z}{(z - 1)^2}$	1
5. n^2	$\frac{z(z + 1)}{(z - 1)^3}$	1
6. a^n	$\frac{z}{z - a}$	$ a $
7. na^n	$\frac{az}{(z - a)^2}$	$ a $
8. $(n + 1)a^n$	$\frac{z^2}{(z - a)^2}$	$ a $
9. $\frac{(n + 1)(n + 2) \cdots (n + m)a^n}{m!}$	$\frac{z^{m+1}}{(z - a)^{m+1}}$	$ a $
10. $\cos \Omega_0 n$	$\frac{z(z - \cos \Omega_0)}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$	1
11. $\sin \Omega_0 n$	$\frac{z \sin \Omega_0}{z^2 - 2z \cos \Omega_0 + 1}$	1
12. $a^n \cos \Omega_0 n$	$\frac{z(z - a \cos \Omega_0)}{z^2 - 2za \cos \Omega_0 + a^2}$	$ a $
13. $a^n \sin \Omega_0 n$	$\frac{za \sin \Omega_0}{z^2 - 2za \cos \Omega_0 + a^2}$	$ a $
14. $\exp[-anT]$	$\frac{z}{z - \exp[-aT]}$	$ \exp[-aT] $
15. nT	$\frac{Tz}{(z - 1)^2}$	1
16. $nT \exp[-anT]$	$\frac{Tz \exp[-aT]}{[z - \exp[-aT]]^2}$	$ \exp[-aT] $
17. $\cos n\omega_0 T$	$\frac{z(z - \cos \omega_0 T)}{z^2 - 2z \cos \omega_0 T + 1}$	1
18. $\sin n\omega_0 T$	$\frac{z \sin \omega_0 T}{z^2 - 2z \cos \omega_0 T + 1}$	1
19. $\exp[-anT] \cos n\omega_0 T$	$\frac{z[z - \exp[-aT] \cos \omega_0 T]}{z^2 - 2z \exp[-aT] \cos \omega_0 T + \exp[-2aT]}$	$ \exp[-aT] $
20. $\exp[-anT] \sin n\omega_0 T$	$\frac{z[z - \exp[-aT] \sin \omega_0 T]}{z^2 - 2z \exp[-aT] \cos \omega_0 T + \exp[-2aT]}$	$ \exp[-aT] $

NOTA: Para $x(n)$ cuando $n < 0$ (secuencias anticausales o limitadas a la izquierda), lo que se obtiene es la señal $x(n)u[-n - 1]$, donde $x(n)$ es la secuencia que aparece en la tabla